

УДК 621.316.001

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕХАНИЗМА АУКЦИОНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РЫНКА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ**

Б.И. Аюев, П.М. Ерохин\*, Т.Ю. Паниковская\*\*

ОАО «СО ЦДУ ЕЭС». E-mail: ABI@so-cdu.ru

\*Филиал ОАО «СО ЦДУ-ЕЭС» – ОДУ Урала. E-mail: epm@ural.so-cdu.ru

\*\*УГТУ-УПИ. E-mail: pti@daes.ustu.ru

*Рассмотрены вопросы разработки методов и алгоритмов определения конкурентных цен на электроэнергию при помощи двух известных моделей реализации конкурентных энергетических рынков: модели пула и модели двухсторонних контрактов.*

Важной частью организации новых взаимоотношений между энергосистемой и потребителями является разработка методов и алгоритмов определения конкурентных цен на электроэнергию на разных стадиях планирования, эксплуатации и управления развитием отрасли. В мировой практике нет единого подхода к определению оптимальных моделей и алгоритмов, используемых для эффективного управления рынками электроэнергии. В мировой практике известны две основные модели реализации конкурентных энергетических рынков, существенным отличием которых являются схемы рассмотрения заявок: модель пула и модель двухсторонних контрактов.

Модель пул – возникла из-за потребности приспособить процесс торговли электроэнергией на конкурентной основе и получила значительное развитие на этапах введения рыночных отношений в отрасли. Участники рынка в данной модели взаимодействуют через рынок наличного товара (пул), где определяются востребованные объемы генерации на основе традиционного экономического распределения путем нахождения максимума функции благосостояния.

Все заявки и предложения от участников рынка поступают в единую финансовую структуру, диспетчирование режимов осуществляет независимый Системный Оператор. Заявки имеют стандартную форму и содержат предлагаемые цены и объемы электроэнергии, которые участники хотят купить или продать на рынке электроэнергии. На мировых энергетических рынках, как правило, модели пуд и двойной контракт применяются в сочетании. Следует отметить, что модель пул используется чаще на оперативных рынках (балансирующих) и рынках на сутки вперед. При заключении долгосрочных контрактов (от недели до нескольких лет) чаще используется модель «двойной контракт». Если предположить, что предлагаемые производителями цены относительно точно отражают реальную стоимость производства электроэнергии, то первая модель позволяет достичь экономической эффективности путем отбора наиболее дешевых генерирующих мощностей. Таким образом, можно считать, что в рамках этой модели сохраняется централизованное ценообразование и есть возможность оптимизировать электрический режим. Модель соглашений не дает возможности анализировать все заявки, а также обеспечивать оптимальный с точки зрения издержек режим в ЭЭС.

При реализации пулов процесс диспетчерского управления часто рассматривается как аукцион

[1, 2]. Основные отличительные характеристики аукционов представлены в таблице.

В любом из видов аукционов целевая функция имеет один и тоже вид:

$$\max_P \left\{ \sum_{j=1}^m c_{d_j} P_{d_j} - \sum_{i=1}^n c_{g_i} P_{g_i} \right\},$$

где индекс  $d$  означает потребление в узле,  $g$  – генерацию;  $n, m$  – количество генераторных и нагрузочных узлов соответственно. Такой аукцион называется двухсторонним, свои ценовые заявки одновременно подают продавцы и покупатели. Кроме двухсторонних аукционов существуют односторонние аукционы: на продажу и покупку товара или услуги. В каждом из односторонних аукционов присутствуют отдельные составляющие целевой функции. При реализации односторонних аукционов целевая функция представлена компонентами, соответствующими ценовым заявкам либо продавцов

$$\max_P \left\{ - \sum_{i=1}^n c_{g_i} P_{g_i} \right\} = \min_P \left\{ \sum_{i=1}^n c_{g_i} P_{g_i} \right\},$$

либо покупателей  $\max_P \left\{ \sum_{j=1}^m c_{d_j} P_{d_j} \right\}$ .

Аукцион состоит из четырех основных компонентов: субъектов рынка, торгуемых товаров (услуг), принятого механизма формирования цены за продаваемый/покупаемый товар (услугу), стратегий игроков. Субъекты рынка (игроки) принимая участие в торговой сессии, должны иметь представление о закономерностях функционирования механизма аукциона. При выборе стратегии своего поведения субъекты основываются на предыдущем опыте и ожидаемых (прогнозных) предложениях других участников. Главная цель каждого участника торгов состоит в выборе оптимальной стратегии поведения, при котором достигается максимум принятой лично им целевой функции (функции полезности).

Механизм функционирования аукциона изучается и прогнозируется двумя методами: теоретически и экспериментально. Теоретический подход предполагает создание математических моделей, что позволяет исследовать влияние различных факторов на формирование цен. Кроме теоретических исследований проводится экспериментальное изучение поведения участников, путем проведения тренингов, имитирующих функционирование рынка электроэнергии. Оба подхода используются при прогнозировании

**Таблица.** Отличительные характеристики аукционов

Отличительная характеристика	Разновидности характеристик	
По количеству участвующих сторон	Односторонний: аукцион продаж размещения (английский) (голландский) 	Двухсторонний 
По форме проведения торгов	Открытый, устный ( <i>oral, open bid</i> )	Закрытый ( <i>sealed bid</i> – запечатанное предложение)
По значению цены на товар (услуги) для участников	Дискриминационный – аукцион янки (разные цены для участников – <i>you get, what you bid</i> )	Недискриминационный (единая цена для всех участников)
По определению рыночной цены товара (услуги)	Маржинальный (по первой цене – <i>first – price sealed bid</i> )	Маржинальный (по второй цене – <i>second – price sealed bid</i> ) – аукцион Викри

динамики изменения цен на рынке, а также для исследования стратегий поведения участников.

Важным моментом решения о выборе стратегии является идентификация тех переменных, изменение которых не зависит от решений субъекта управления. Например, участник должен учитывать, что рыночные цены могут колебаться из-за поведения других субъектов торгов. Сложность реальных ЭЭС может сильно затруднить представление цели и ограничений в аналитическом виде, поэтому часто используют упрощенное описание реальных систем, что позволяет идентифицировать доминирующие переменные и выбрать адекватный уровень абстракции при моделировании объектов.

При представлении механизмов функционирования аукциона часто используется теория игр, применение которой позволяет создать имитационную модель предпочтения стратегий поведения участника. Количественно стратегия  $A_i$  для  $i$ -ого участника может быть определена через использование функции полезности  $U_i$ . Она не определяется однозначно самой стратегией, а зависит от множества стратегий, принятых другими участниками рынка  $U_i = f(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)$ , где  $k$  – количество расчетных интервалов времени (для аукциона электроэнергии в России  $k=24$ ),  $n$  – количество участников торгов. С помощью функции полезности  $U(\vec{X}^k)$  каждому результату, зависящему от ситуации  $x_i^k$  и каждой альтернативы, приписывают одно значение полезности  $U_i(x_i^k)$ .

При одноступенчатой заявке субъект рынка предполагает, какие стратегии  $\vec{X}_{-i}^{*k}$  принимают другие игроки. Для себя он выбирает стратегию по критерию максимизации параметра  $x_i^{*k}$ .

$$U_i(x_i^{*k}, \vec{X}_{-i}^{*k}) = \max_{\alpha \in A_i} (U_i(\alpha, \vec{X}_{-i}^{*k})). \quad (1)$$

При определении минимума/максимума функции, ее производная будет равна нулю, поэтому условие (1) можно представить в следующем виде:

$$\frac{\partial U_i(x_i^{*k}, \vec{X}_{-i}^{*k})}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

если все участники кроме  $i$ -ого принимают прогнозируемые стратегии, то можно записать:

$$U_i(x_i^k, \vec{X}_{-i}^{*k}) = (U_i(x_i^k)). \quad (3)$$

Для моделирования был принят односторонний аукцион на продажу, функция полезности для  $i$ -ого участника  $U_i(x_i^k)$  была задана тремя различными способами, расчеты выполнялись для каждого часа:

- субъект хотел бы максимизировать прибыль (при определенной ценовой заявке):

$$U_i(P_i^k) = C_0^k \cdot P_i^k - C(P_i^k),$$

где  $C_0^k$  – равновесная маржинальная цена, определенная на аукционных торгах;  $P_i^k$  – востребованная мощность от  $i$ -ого участника;  $C(P_i^k) = a_i(P_i^k)^2 + b_i P_i^k + c_i$  – почасовые издержки  $i$ -ого участника\*;

- участник стремился достичь максимума отношения прибыли к затратам:

$$U_i(P_i^k) = \frac{(C_0^k \cdot P_i^k - C(P_i^k))}{C(P_i^k)};$$

- главной целью участник считал, что лучше нести максимально возможную нагрузку при получении прибыли не менее фиксированного процента  $P_{i_{\max}}^k = \text{const}$ ,  $k=1, 24$ , в этом случае функция полезности принимает следующий вид

$$U_i(P_i^k) = C_0^k \cdot P_{i_{\max}}^k - C(P_{i_{\max}}^k) = r \cdot (C(P_{i_{\max}}^k)).$$

В каждом из вариантов участник должен был выработать оптимальную стратегию, используя при этом доминирующую стратегию, принцип  $(\mu - \sigma^2)$  и принцип Бернулли.

Для лучшего понимания участниками рыночного сообщества механизма функционирования аукциона при разработке математической модели были использованы линейные выражения. В модели сделаны следующие допущениями:

- для связи потоков мощности по линиям с узловыми мощностями использованы матрица коэффициентов токораспределения (чувствительности);
- все узловые мощности – есть величины положительные;
- ценовые заявки приняты одноступенчатыми. Для нахождения оптимального решения использован метод линейного программирования;

\* При моделировании функции издержек могут использоваться различные функциональные зависимости, наиболее часто применяются полиномиальные функции от четвертого до второго порядков либо линейные зависимости.

- в модели принят метод узлового ценообразования, однако компонента, соответствующая оплате за потери не учитывалась.

При разработке программы, имитирующей проведение аукционных торгов, были выявлены этапы:

1. Определение наиболее экономичной востребованной генерации для заданных значений узловых нагрузок. При организации вычислительной процедуры используется расширенная матрица коэффициентов токораспределения  $|\alpha|$ , разделенная на две составляющих  $|\alpha_g|, |\alpha_d|$  — соответственно для генераторных и нагрузочных узлов. Каждая из матриц имеет размерность  $L \times (n+m)$ ,  $L$  — число связей,  $n, m$  — количество генераторных и нагрузочных узлов соответственно.
2. Определение маржинальной стоимости генерации и активных ограничений по связям. Формирование двойственной задачи, определение активных ограничений и стоимости этих ограничений.
3. Определение значения функции полезности для  $i$ -ого участника и ее отклонение от максимального значения.

Математическая модель аукциона для текущего часа  $k$  представлена в следующем виде. Минимизация издержек на выработку электроэнергии соответствует целевой функции:

$$F^k = \min \left[ \sum_{i=1}^n C_{g_i}^k P_{g_i}^k \right].$$

Ограничение в форме равенства представлено уравнением баланса мощностей:

$$\sum_{i=1}^n P_{g_i}^k - \sum_{j=1}^m P_{d_j}^k = 0.$$

Система неравенств (см. ниже) соответствует ограничениям по связям и минимальным и максимальным значениям генераторов по мощности:

$$\begin{cases} |\alpha_g| \cdot \vec{P}_g^k - |\alpha_d| \cdot \vec{P}_d^k \leq \vec{P}_l^{\max}; \\ |\alpha_g| \cdot \vec{P}_g^k - |\alpha_d| \cdot \vec{P}_d^k \geq \vec{P}_l^{\min}; \\ \vec{P}_g^k \geq \vec{P}_g^{\min}; \vec{P}_g^k \leq \vec{P}_g^{\max}; \\ \vec{P}_g^k \geq 0; P_d^k \geq 0; \quad k = 1, 24 \end{cases},$$

где  $C_{g_i}^k$  — ценовая заявка  $i$ -ого генератора;  $\vec{P}_l^{\min}, \vec{P}_l^{\max}$  — нижнее и верхнее ограничения перетоков по связям.

После отбора наиболее экономичных генерирующих мощностей при соблюдении всех ограничений формируется двойственная задача линейного программирования:

$$D = \min \left[ \sum_{h=1}^{n+m} K_h^k \cdot Y_h^k + K_{(n+m+1)} \cdot \left( \sum_{j=1}^m P_{d_j}^k \right) \right],$$

$$|\alpha^R| \cdot \vec{Y}^k \geq -\vec{C}^k.$$

где  $|\alpha^R|$  — матрица коэффициентов токораспределения, содержащая дополнительную строку, необходимую для учета уравнения баланса мощностей.

Нахождение решения двойственной задачи линейного программирования позволяет определить стоимость активных (достигнутых) ограничений по связям и узловые цены. Таким образом, к окончанию второго этапа определяются объемы востребованной генерации и узловые цены.

На третьем этапе моделирования рассчитываются значения функции полезности для каждого часа, и эти значения сопоставляются с максимумом.

При моделировании торговой сессии графики узловых нагрузок представлены регулярной и случайной составляющими. Условно такие аукционы проводятся несколько дней, что позволяет накопить некоторую статистику для каждого субъекта. На основании этих данных и при правил принятия решения можно проанализировать насколько эффективно участник подавал ценовые заявки. Рассмотрение результатов поведения субъектов можно выполнить при использовании принципов  $(\mu - \sigma^2)$ , доминирующей стратегии или принципа Бернулли.

При проведении тренингов участники не имеют доступа к информации о ценовых заявках других субъектов, но располагает всей статистикой о своей востребованности на рынке. Таким образом, математическое моделирование позволяет субъектам лучше понять механизм функционирования аукциона и научиться выбирать оптимальную стратегию поведения. Использование программных инструментов позволяет реализовывать образовательные программы, отражающие особенности проведения участников на рынке электроэнергии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sheble G.B. Computational auction mechanisms for restructured power industry operation. — Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
2. Spot pricing of Electricity / F.C. Shweppe, M. Caramanis, R. Tabor. — Boston, Kluwer Academic Publisher, 1988.
3. Singh H., Hao S., Papalexopoulos A. Transmission congestion management in competitive electricity markets // IEEE Transactions on Power Systems. — 1998. — V. 13. — № 2 (May). — P. 672–680.
4. Post D.L., Coppinger S.S., Sheble G.B. Application of Auctions as a Pricing Mechanism for the Interchange of Electric Power // IEEE Transactions on Power Systems. — 1995. — V. 10. — № 3 (August).
5. Hunt S., Shuttleworth G. Competition and Choice in Electricity. — Chichester, England: Wiley, 1996. — 260 p.
6. Development of Electric Power Market Modeling Training Programs / P.I. Bartolomey, P.M. Yerohin, T.Yu. Panikovskaya et al. — IEEE. Liberalization and Modernization of Power Systems: Congestion Management Problems: Intern. Workshop Proc. by N.I. Vopoi and E.J. Handschin. — Irkutsk: Energy Systems Institute, 2003. — 221 p. (P. 180–184).